

LA QUESTION DE GROMOV

John Pardon – Au lycée, j’ai passé beaucoup de mon temps libre à lire des maths, sur Internet ou dans les livres de la bibliothèque de mon père. Un jour, je suis tombé sur un problème posé par un célèbre mathématicien russe, Gromov, qui travaillait à Paris. C’est le genre de problème extrêmement simple à énoncer, mais qui semble refléter quelque chose de fondamental qui reste encore à comprendre. La théorie mathématique des nœuds trouve en fait son origine dans la physique. Dans les années 1800, Lord Kelvin avait proposé une théorie des atomes où les atomes étaient tous de petits nœuds et où les différents types de nœuds correspondaient aux différents éléments de la classification périodique. Quelques années plus tard un physicien écossais, Tait, a établi un tableau des nœuds les plus simples, en commençant par le nœud de trèfle et poursuivant avec des nœuds plus compliqués. Mathématiquement, un nœud est une boucle fermée dans un espace tri-dimensionnel. La corde étant infinitésimale, vous pouvez notamment créer une quantité infinie de nœuds. Mais si vous prenez le premier bout de cordage venu, le nombre de nœuds possible devient fini... C’est quelque chose qu’on peut prouver, juste en y réfléchissant, sans avoir à établir la moindre équation... En fait, c’est vrai parce que la corde a une longueur finie et une épaisseur finie. Ceci est un exemple de comment la géométrie, à savoir la longueur et l’épaisseur de la corde, commande la topologie, le type de nœud qu’on peut nouer... La question de Gromov portait sur une autre grandeur géométrique, appelée distorsion, demandant si l’on pouvait nouer tous les nœuds avec une limite fixe de distorsion...

Bien des années plus tard, vers la fin de mes études de premier cycle, j’ai passé un été à voyager en Angleterre et alors que j’étais à Bath, je me souviens distinctement qu’en marchant dans le jardin botanique de Bath, le Royal Victoria Park, j’ai réalisé qu’il y avait moyen d’utiliser la distorsion pour contrôler la topologie d’un nœud. Il n’est pas difficile de voir que le contrôle de la distorsion détermine le nombre d’intersections entre un nœud et certaines surfaces sécantes. Un peu plus subtilement toutefois, le nombre d’intersections entre le nœud et certaines des surfaces de l’espace peut servir à déterminer le caractère topologique du nœud.

Marcher dans la nature, prendre de l’exercice, incite vraiment le cerveau à trouver un tas d’idées nouvelles et en fait, après avoir terminé de réfléchir à ce problème de distorsion, j’ai commencé à m’intéresser à un autre problème, portant sur les symétries dans un espace tri-dimensionnel, si les groupes de symétrie dans un espace tri-dimensionnel doivent être continus ou s’ils peuvent être discontinus, complètement déconnectés, discrets... L’idée maîtresse pour résoudre ce problème m’est venue après être allé courir près de chez moi, en

Caroline du Nord... Rappelez-vous Tait et ses tableaux de nœuds... Il avait fait tout un tas d'observations empiriques sur les nœuds à partir de ses tables, des conjectures qui n'ont été prouvées qu'au bout de plus d'un siècle, dans les années 1990, quand des invariances de nœuds du type polynôme de Jones ont été découvertes... Qui plus est, ces conjectures, qui trouvaient leur origine dans une théorie physique dont on sait aujourd'hui qu'elle était complètement fausse, ont été résolues par de nouvelles invariances, dont on a vu plus tard qu'elles étaient très étroitement liées, en physique moderne, à la théorie des champs quantiques... Et quelque part ça a vraiment favorisé le développement d'un nouvel intérêt pour la théorie des nœuds, dans une relation avec la physique que nous commençons à peine à comprendre...

03min 27sec